



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO

| | | | |
|---|--|--|--------------------------------------|
| DIPARTIMENTO | Matematica e Informatica | | |
| ANNO ACCADEMICO OFFERTA | 2015/2016 | | |
| ANNO ACCADEMICO EROGAZIONE | 2016/2017 | | |
| CORSO DILAUREA | MATEMATICA | | |
| INSEGNAMENTO | SISTEMI DINAMICI CON LABORATORIO | | |
| CODICE INSEGNAMENTO | 11081 | | |
| MODULI | Si | | |
| NUMERO DI MODULI | 2 | | |
| SETTORI SCIENTIFICO-DISCIPLINARI | MAT/07 | | |
| DOCENTE RESPONSABILE | LOMBARDO MARIA CARMELA | Professore Ordinario | Univ. di PALERMO |
| ALTRI DOCENTI | GAMBINO GAETANA LOMBARDO MARIA CARMELA | Professore Associato Professore Ordinario | Univ. di PALERMO Univ. di PALERMO |
| CFU | 12 | | |
| PROPEDEUTICITA' | | | |
| MUTUAZIONI | | | |
| ANNO DI CORSO | 2 | | |
| PERIODO DELLE LEZIONI | 1° semestre | | |
| MODALITA' DI FREQUENZA | Facoltativa | | |
| TIPO DI VALUTAZIONE | Voto in trentesimi | | |
| ORARIO DI RICEVIMENTO DEGLI STUDENTI | GAMBINO GAETANA Giovedì 11:00 13:00 Ufficio del docente: Stanza n. 216, Secondo Piano, Dipartimento di Matematica e Informatica, Via Archirafi 34 LOMBARDO MARIA CARMELA Lunedì 08:30 10:30 Dipartimento di Matematica e Informatica via Archirafi 34, secondo piano, studio N.220. Martedì 11:30 12:30 Dipartimento di Matematica e Informatica via Archirafi 34, secondo piano, studio N.220. | | |

DOCENTE: Prof.ssa MARIA CARMELA LOMBARDO

| | |
|--|---|
| PREREQUISITI | |
| RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI | <p>Conoscenza e capacità di comprensione Acquisizione delle conoscenze di base di Sistemi Dinamici quali equilibrio e stabilità per un sistema dinamico, orbite periodiche e cicli limite, dipendenza di un sistema dinamico da un parametro e biforcazioni. Acquisire le metodiche disciplinari e essere in grado di utilizzare descrizioni e modelli matematici di interesse scientifico. Gli studenti conseguono conoscenza e capacità di comprensione con la frequenza delle lezioni, la partecipazione alle esercitazioni in aula e in laboratorio, l'attività di studio individuale.</p> <p>Capacità di applicare conoscenza e comprensione: Gli studenti sono in grado di formalizzare matematicamente problemi di moderata difficoltà e di estrarre informazioni qualitative da dati quantitativi. In particolare acquisiranno le seguenti capacità: capacità dell'analisi della stabilità di un equilibrio di un sistema dinamico mediante la tecnica della linearizzazione e del Teorema di Liapunov, capacità di applicare il criterio di Poincaré-Bendixon per l'esistenza di un ciclo limite, capacità di ridurre a forma normale un sistema dinamico nei pressi di una biforcazione e costruirne numericamente il diagramma di biforcazione, capacità di applicare tecniche asintotiche in presenza di piccoli parametri, capacità di simulare numericamente un sistema dinamico finito-dimensionale.</p> <p>Gli obiettivi formativi vengono raggiunti tramite la risoluzione di semplici problemi proposti durante lo svolgimento del corso e durante le attività di laboratorio.</p> <p>La verifica del raggiungimento degli obiettivi formativi avviene mediante prove di verifica svolte in itinere e alla conclusione del corso.</p> <p>Autonomia di giudizio Capacità di formulare un modello matematico evolutivo e di determinarne i limiti di applicabilità anche confrontando le soluzioni numeriche con i risultati sperimentali. Capacità di estendere i limiti di applicabilità di un modello incrementandone la complessità. Comprendere modelli matematici associati a situazioni concrete derivanti da altre discipline. Fare esperienza di lavoro di gruppo durante le esercitazioni di laboratorio.</p> <p>Abilità comunicative Possedere strumenti e competenze adeguati per la comunicazione. In particolare: capacità di esporre ad una classe degli ultimi anni della scuola secondaria superiore un elementare problema fisico-matematico o bio-matematico, di motivarne il relativo modello matematico e di discutere criticamente le soluzioni analitiche e/o numeriche trovate. Essere in grado di dialogare con esperti di altri settori, riconoscendo la possibilità di formalizzare matematicamente situazioni di interesse applicativo, industriale o finanziario.</p> <p>Capacità d'apprendimento Capacità di comprendere semplici articoli scientifici (come quelli che compaiono nella Sezione "Education" della rivista "SIAM Review") aventi per oggetto modelli fisico-matematici e/o bio-matematici e di seguire l'analisi teorica e numerica di tali modelli. Proseguire gli studi della modellistica matematica e della fisica matematica con un alto grado di autonomia.</p> |
| VALUTAZIONE DELL'APPRENDIMENTO | Prove in itinere, Prova Scritta, Prova di Laboratorio, Prova Orale |
| ORGANIZZAZIONE DELLA DIDATTICA | Lezioni frontali, Esercitazioni in aula, Esercitazioni in laboratorio |

**MODULO
MAPPE, EQUILIBRI, STABILITÀ**

Prof.ssa GAETANA GAMBINO

TESTI CONSIGLIATI

- 1) Mooney-R. Swift, A Course in Mathematical Modeling, The Mathematical Association of America, 1999.
- 2) Salinelli E., Tomarelli F., Modelli dinamici discreti, Springer, 2005.
- 3) S.H. Strogatz, Nonlinear Dynamics and Chaos, Westview Press, 2000.

| | |
|--|-------------------------------------|
| TIPO DI ATTIVITA' | A |
| AMBITO | 50197-Formazione Matematica di base |
| NUMERO DI ORE RISERVATE ALLO STUDIO PERSONALE | 94 |
| NUMERO DI ORE RISERVATE ALLE ATTIVITA' DIDATTICHE ASSISTITE | 56 |

OBIETTIVI FORMATIVI DEL MODULO

L'obiettivo primario del corso è quello di introdurre gli strumenti elementari per l'analisi qualitativa di un sistema dinamico finito-dimensionale e per lo studio delle sue soluzioni nello spazio delle fasi. Tali strumenti sono i seguenti:

- 1) Linearizzazione attorno a un punto di equilibrio ed analisi della sua stabilità per mappe;
- 2) Linearizzazione attorno a un punto di equilibrio ed analisi della sua stabilità per sistemi continui;
- 3) Studio del ritratto di fase globale.

Ulteriore obiettivo è quello di introdurre lo studente alle problematiche tipiche della modellistica matematica mediante la formulazione e l'analisi teorica e numerica di semplici modelli fisico-matematici o bio-matematici.

PROGRAMMA

| ORE | Lezioni |
|-----|--|
| 12 | Presentazione del corso. Introduzione alla teoria dei sistemi dinamici, definizione di sistema dinamico discreto e sua soluzione, sistemi lineari e non lineari, spazio delle fasi, orbite, punti di equilibrio, stabilità. Metodo del cobweb. Sistemi dinamici discreti a un passo lineari: spazio delle soluzioni, equilibri e stabilità. Sistemi dinamici discreti lineari a più passi: studio analitico e numerico delle soluzioni. Sistemi dinamici discreti non lineari. Teorema di linearizzazione. |
| 10 | Sistemi dinamici continui: definizione di sistema dinamico continuo e sua soluzione, sistemi lineari e non lineari, spazio delle fasi, orbite, punti di equilibrio, stabilità. Teorema di Cauchy. Dipendenza continua dai dati iniziali. Teorema di Hartmann-Grossmann. Classificazione topologica dei punti singolari: nodi repulsivi, nodi attrattivi, punti sella, centri. Sistemi dinamici continui lineari: studio dello spazio delle soluzioni e ritratto di fase. |
| 10 | Processi evolutivi continui con spazio delle fasi unidimensionale: il modello di Malthus, l'equazione logistica e sua derivazione, la curva di Gomperz, modelli di compensazione e depensazione, depensazione critica, effetto Allee. Modelli di popolazioni con caccia: con termine di caccia costante e con tasso lineare. Modelli di popolazioni con isteresi: la larva del pino. Modelli di sistemi dinamici con ritardo: l'equazione logistica con tasso di crescita ritardato, studio del periodo di oscillazione. Processi evolutivi continui con spazio delle fasi multidimensionale: Modelli di popolazioni interagenti: competizione, simbiosi, predazione. Modelli predatore-preda. Il ritratto di fase globale dei modelli di Lotka-Volterra. |

| ORE | Esercitazioni |
|-----|---|
| 8 | Studio qualitativo e calcolo della soluzione numerica di alcuni modelli dinamici discreti, lineari e non lineari, di interesse in matematica applicata. |
| 8 | Studio qualitativo e calcolo della soluzione numerica di alcuni modelli dinamici continui lineari di interesse in matematica applicata (Oscillatore armonico semplice, smorzato e forzato). |
| 8 | Studio qualitativo e calcolo della soluzione numerica di sistemi dinamici continui non lineari uni- e multi-dimensionali. |

**MODULO
BIFORCAZIONI E PERTURBAZIONI SINGOLARI**

Prof.ssa MARIA CARMELA LOMBARDO

TESTI CONSIGLIATI

R. Haberman, *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow (Classics in Applied Mathematics)*, SIAM, 1998.
 S.H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Westview Press, 2000.
 J.D. Murray, *Mathematical Biology*, 3rd edition, Springer-Verlag, 2002.
 F. Brauer, C. Castillo Chavez, *Mathematical models in Population Biology and Epidemiology*, Springer, 2000.
 K. Chen, P. Giblin, A. Irving *Mathematical explorations with MATLAB*, Cambridge University Press, 1999.

| | |
|--|---|
| TIPO DI ATTIVITA' | B |
| AMBITO | 50195-Formazione Modellistico-Applicativa |
| NUMERO DI ORE RISERVATE ALLO STUDIO PERSONALE | 94 |
| NUMERO DI ORE RISERVATE ALLE ATTIVITA' DIDATTICHE ASSISTITE | 56 |

OBIETTIVI FORMATIVI DEL MODULO

L'obiettivo primario del modulo è quello di introdurre gli strumenti elementari per l'analisi qualitativa di un sistema dinamico finito-dimensionale in sistemi dinamici piani e in R^n anche in presenza di parametri. Tali strumenti sono i seguenti:

- 1) Costruzione e analisi del diagramma di biforcazione in presenza di dipendenza parametrica;
- 2) Teorema di Poincaré-Bendixon;
- 3) Analisi asintotica di un sistema dinamico in presenza di un piccolo parametro.

Ulteriore obiettivo è quello di approfondire le tematiche affrontate nel modulo 1 mediante la formulazione e l'analisi teorica e numerica di modelli di interesse fisico-matematico e bio-matematico.

PROGRAMMA

| ORE | Lezioni |
|------------|--|
| 10 | Teoria delle biforcazioni: Attrattori di un sistema dinamico. Biforcazione nei punti regolari per sistemi dinamici 1D: biforcazione sella-nodo, biforcazione transcritica, biforcazione pitchfork. Biforcazioni imperfette e cenni di teoria delle catastrofi. Studio delle biforcazioni di un sistema dinamico bidimensionale in presenza di un autovalore nullo. Varietà centrale e teorema della varietà centrale. |
| 12 | Insiemi omega-limite e alfa-limite. Cicli limite. Condizioni per la non-esistenza di orbite chiuse: teorema di Dulac. Teorema di Liapunov. Sistemi gradiente. Cicli limite. Stabilità dei cicli limite. Il teorema di Poincaré-Bendixon. Sistemi conservativi. Sistemi Hamiltoniani. |
| 6 | Elementi di analisi asintotica. Definizioni di espansione asintotica ed esempi. Perturbazione asintotica regolare. Perturbazione asintotica singolare. Strato limite iniziale. Il metodo delle scale multiple. Stima dell'errore. Cinetica degli enzimi. La legge dell'azione di massa. Reazioni enzimatiche. Il modello di Michaelis-Menten. L'ipotesi degli stati pseudo-stazionari. Analisi asintotica del modello. |
| 4 | Sistemi oscillanti del tipo slow-fast: Sistemi dinamici con due diversi tempi scala. Studio qualitativo nel piano delle fasi del flusso. Condizioni per l'esistenza del ciclo limite. L'oscillatore di Van Der Pol: determinazione del periodo di oscillazione. |

| ORE | Esercitazioni |
|------------|---|
| 8 | Diagrammi di biforcazione numerici di sistemi dinamici dipendenti da parametri |
| 8 | Analisi qualitativa e numerica di sistemi che esibiscono cicli limite. Analisi qualitativa di sistemi gradiente e Hamiltoniani. |
| 8 | Analisi qualitativa e numerica di sistemi con cinetica di tipo Michaelis-Menten. Analisi qualitativa di sistemi con piccoli parametri. Analisi qualitativa di sistemi slow-fast e determinazione del periodo di oscillazione. |