



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO

<b>DIPARTIMENTO</b>	Ingegneria		
<b>ANNO ACCADEMICO OFFERTA</b>	2023/2024		
<b>ANNO ACCADEMICO EROGAZIONE</b>	2023/2024		
<b>CORSO DILAUREA</b>	INGEGNERIA DELL'ENERGIA E DELLE FONTI RINNOVABILI		
<b>INSEGNAMENTO</b>	ANALISI MATEMATICA C.I.		
<b>CODICE INSEGNAMENTO</b>	19109		
<b>MODULI</b>	Si		
<b>NUMERO DI MODULI</b>	2		
<b>SETTORI SCIENTIFICO-DISCIPLINARI</b>	MAT/05		
<b>DOCENTE RESPONSABILE</b>	BONGIORNO DONATELLA	Professore Associato	Univ. di PALERMO
<b>ALTRI DOCENTI</b>	BONGIORNO DONATELLA	Professore Associato	Univ. di PALERMO
<b>CFU</b>	12		
<b>PROPEDEUTICITA'</b>			
<b>MUTUAZIONI</b>			
<b>ANNO DI CORSO</b>	1		
<b>PERIODO DELLE LEZIONI</b>	Annuale		
<b>MODALITA' DI FREQUENZA</b>	Facoltativa		
<b>TIPO DI VALUTAZIONE</b>	Voto in trentesimi		
<b>ORARIO DI RICEVIMENTO DEGLI STUDENTI</b>	BONGIORNO DONATELLA Mercoledì 15:00 17:00 piattaforma Microsoft Teams		

**DOCENTE:** Prof.ssa DONATELLA BONGIORNO

<b>PREREQUISITI</b>	Lo studente deve possedere le nozioni di base dell'algebra e della geometria analitica: quindi deve essere in grado di risolvere un'equazione ed una disequazione di primo e di secondo grado; deve sapere risolvere un sistema di due equazioni in due incognite; deve sapere calcolare la distanza tra due punti del piano ed essere in grado di trovare l'equazione di una retta che: - passa per due punti P e Q assegnati del piano - passa per un punto P assegnato del piano ed è parallela o perpendicolare ad una retta r assegnata del piano. Lo studente, inoltre deve conoscere le basi della trigonometria classica.
<b>RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI</b>	<p>Conoscenza: lo studente, al termine del corso, avrà sviluppato la conoscenza del campo dei numeri reali, conoscerà gli elementi fondamentali del calcolo differenziale ed integrale per funzioni di una e di due variabili reali, oltre al carattere di una serie numerica. Conoscerà infine alcuni elementi di base per la risoluzione di alcuni tipi di equazioni differenziali ordinarie e per i Problemi di Cauchy ad esse associati.</p> <p>Capacità di comprensione: lo studente, al termine del corso, sarà in grado di comprendere concetti come quelli di limite, di continuità e di derivabilità oltre a quelli di integrale indefinito e definito.</p> <p>Capacità di applicare conoscenza e comprensione: lo studente, al termine del corso, saprà utilizzare il linguaggio matematico appreso e saprà applicarlo nella risoluzione di singoli problemi pratici che si risolvono mediante l'uso del calcolo differenziale ed integrale.</p> <p>Autonomia di giudizio: lo studente, al termine del corso, svilupperà una specifica capacità critica nell'individuare una soluzione idonea e pertinente del problema proposto.</p> <p>Abilità comunicative: lo studente, al termine del corso, sarà in grado di affrontare una discussione utilizzando in modo appropriato il linguaggio matematico appreso durante il corso.</p> <p>Capacità di apprendimento: lo studente, durante il corso, potrà apprendere come la rigorosa teoria matematica possa a sua volta essere applicata a casi concreti, riuscendo a risolvere problemi pratici come quelli di ottimizzazione e/o calcoli di aree o di volumi. Tutti gli obiettivi sopra descritti verranno conseguiti attraverso lezioni teoriche ed esercitazioni e saranno verificate all'interno della prova scritta.</p>
<b>VALUTAZIONE DELL'APPRENDIMENTO</b>	Lo studente verrà valutato mediante una prova scritta della durata di due ore. La prova orale sarà, in generale, facoltativa. L'elaborato scritto proposto allo studente sarà costituito da sei quesiti, tre dei quali riguarderanno principalmente gli argomenti trattati nella prima parte del corso (Modulo di Analisi Matematica 1), saranno cioè esercizi sui numeri complessi e/o sul calcolo differenziale ed integrale di una funzione reale di variabile reale. I rimanenti tre quesiti riguarderanno gli argomenti trattati nella seconda parte del corso (Modulo di Analisi Matematica 2), saranno cioè esercizi riguardanti la determinazione del carattere di un integrale improprio o di una serie numerica, la determinazione della soluzione del Problema di Cauchy associato ad alcune equazioni differenziali ordinarie di primo o di secondo ordine oppure saranno esercizi riguardanti il calcolo differenziale ed integrale di funzioni reali di due variabili reali. La valutazione avviene in trentesimi. Ad ogni quesito svolto in modo corretto verranno attribuiti dei punti che variano in proporzione alla complessità del quesito assegnato. Il massimo punteggio ottenibile è pari a 30/30 (trenta trentesimi) e sarà raggiunto dallo studente che riesce a risolvere in modo corretto i sei esercizi proposti, mostrando ottima padronanza degli argomenti trattati ed ottima proprietà di linguaggio matematico. La lode si potrà ottenere soltanto sostenendo una prova orale aggiuntiva nella quale lo studente dovrà dimostrare di sapere esporre con perfetto rigore matematico i principali teoremi dell'Analisi Matematica. Si precisa inoltre che, lo studente che ottiene un punteggio compreso tra 26/30 (ventisei trentesimi) e 29/30 (ventinove trentesimi) sarà quello con una buona padronanza degli argomenti trattati ed una discreta proprietà di linguaggio matematico. Chi ottiene un punteggio compreso tra 23/30 (ventitre trentesimi) e 25/30 (venticinque trentesimi) avrà mostrato, invece, una più che sufficiente padronanza degli argomenti trattati pur avendo una limitata proprietà di linguaggio matematico. Infine, chi ottiene un punteggio compreso tra 22/30 (ventidue trentesimi) e 19/30 (diciannove trentesimi) avrà una padronanza pienamente sufficiente degli argomenti trattati. Il minimo punteggio ottenibile ai fini del superamento dell'esame è di 18/30 (diciotto trentesimi) che verrà raggiunto dallo studente che mostrerà una padronanza sufficiente a risolvere i problemi. Gli studenti che nella prova scritta ottengono un punteggio compreso tra 15/30 (quindici trentesimi) e 17/30 (diciassette trentesimi), ai fini del superamento dell'esame, dovranno sostenere un'ulteriore prova di recupero basata sulla risoluzione di alcuni esercizi riguardanti principalmente il calcolo differenziale ed integrale di funzioni reali di una o di due variabili reali, nella speranza che riescano a mostrare nella risoluzione di tali esercizi proposti una conoscenza di base sufficiente tale da potere attribuire anche a loro il minimo punteggio ai fini del superamento dell'esame che si ricorda essere di 18/30 (diciotto trentesimi). Gli studenti che durante la prova scritta otterranno un punteggio inferiore a 15/30 (quindici

	<p>trentesimi) non posseggono una conoscenza tale da potere affrontare un'ulteriore prova e quindi l'esame per loro risulta insufficiente. Durante la pausa (gennaio/febbraio) tra i due moduli di Analisi Matematica, sarà possibile eseguire una prova in itinere che permetterà allo studente un'autovalutazione della sua preparazione ed al docente una valutazione del tasso di apprendimento degli argomenti trattati. Gli studenti che decideranno di essere valutati dal docente (essendosi autovalutati in maniera almeno sufficiente), alla fine del corso, cioè negli appelli di Giugno- Luglio, dovranno effettuare una prova scritta ridotta ai soli argomenti trattati nel secondo modulo. Il voto finale sarà la somma del voto ottenuto nella prova in itinere e di quello ottenuto nella seconda prova.</p>
<b>ORGANIZZAZIONE DELLA DIDATTICA</b>	<p>Il percorso formativo prevede lezioni frontali ed esercitazioni teoriche in aula, supportate da materiale didattico indicato e/o fornito dal docente in forma cartacea e/o in formato elettronico. Ai fini di stimolare l'attenzione e la riflessione dello studente sul materiale di studio proposto, verranno eseguiti durante il corso esercizi di verifica.</p>

**MODULO  
MODULO ANALISI MATEMATICA 1**

*Prof.ssa DONATELLA BONGIORNO*

**TESTI CONSIGLIATI**

M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli -Analisi matematica- MACGRAW-HILL; ISBN 978-88-386-6281-2  
 P. Marcellini; C. Sbordone - Esercitazioni di Analisi Matematica Uno, Prima e Seconda parte - Liguori Editore; ISBN 88-207-1684-4  
 S. Salsa, A. Squellati, - Esercizi di Analisi Matematica - Volume 1- Zanichelli; ISBN978-88-08-22488-0  
 M. Bramanti, D. C. Pagani, S. Salsa - Analisi Matematica 1- Zanichelli; ISBN 978-88-08-06485-1

<b>TIPO DI ATTIVITA'</b>	A
<b>AMBITO</b>	50292-Matematica, informatica e statistica
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLO STUDIO PERSONALE</b>	96
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLE ATTIVITA' DIDATTICHE ASSISTITE</b>	54

**OBIETTIVI FORMATIVI DEL MODULO**

Gli obiettivi formativi del corso saranno quelli del ragionamento e della deduzione logica, volti a fornire allo studente una preparazione di base per i suoi futuri studi di Ingegneria.

**PROGRAMMA**

ORE	Lezioni
6	Teoria elementare degli insiemi. Operazioni tra insiemi: l'unione, l'intersezione, la differenza tra due insiemi. L'insieme complementare. Gli insiemi numerici: l'insieme dei numeri naturali (il fattoriale, il principio di induzione), l'insieme dei numeri interi, l'insieme dei numeri razionali, l'insieme dei numeri reali: maggiorante e minorante, massimo e minimo, estremo superiore ed estremo inferiore. L'assioma di completezza dei numeri reali. L'esistenza della radice ennesima e del logaritmo di un numero reale. Proprietà dei logaritmi e delle potenze.
3	Definizione di funzione reale di variabile reale. Funzioni elementari, la funzione costante, la funzione lineare, la funzione identità, la funzione quadratica. Funzioni definite a tratti: la funzione segno. Campo di esistenza di una funzione reale di variabile reale. Codominio di una funzione. Funzioni iniettive e surgettive. La funzione inversa. La funzione composta. esempi e proprietà.
4	Introduzione della nozione di limite per funzioni reali di variabile reale. Esistenza ed unicità dell'operazione di limite. Limite destro e limite sinistro. Proprietà elementari dei limiti. Funzioni monotone. Limiti di funzioni monotone. Definizione di funzione continua in un punto. Calcolo dei limiti. Forme indeterminate e limiti notevoli. Limiti di funzioni composte e cambiamento di variabili. Confronto locale tra funzioni. Infiniti ed infinitesimi. Asintoti.
3	Classificazione dei punti di discontinuità: discontinuità eliminabile, discontinuità a salto, discontinuità di seconda specie. Continuità su un intervallo. Il Teorema di Weierstrass. Il Teorema degli zeri. Il Teorema dei valori intermedi.
4	La definizione di derivata. Interpretazione geometrica e cinematica della derivata. Esempi. Derivata di alcune funzioni elementari come la derivata di una funzione costante, la derivata della funzione potenza, la derivata di una funzione trigonometrica, la derivata di una funzione esponenziale e di una funzione logaritmica. Regole di calcolo per le derivate. Derivata destra e derivata sinistra. Punti di non derivabilità: punto angoloso, punto a tangente verticale, cuspide. . La derivata della funzione inversa. La derivata della funzione composta. Derivate di ordine superiore. Funzioni convesse e concave
4	Estremi relativi: massimi e minimi. Il teorema di Fermat. Punti di flesso. Il teorema di Rolle e il Teorema di Lagrange. Alcune conseguenze del teorema di Lagrange. Funzioni primitive. Il teorema di Darboux. L'integrale indefinito. Studio del grafico di una funzione. Regola di de l'Hopital. Formula di Taylor con resto di Peano e le sue applicazioni per il calcolo di limiti e per la determinazione dell'ordine di infinito e di infinitesimo di una funzione.
2	Definizione e proprietà dell'integrale di Riemann. Alcune classi di funzioni integrabili. Il Teorema della media. Il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale. .
ORE	Esercitazioni
28	Determinazione dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore di alcuni insiemi numerici. Esercitazioni sul calcolo dei limiti; esercizi riguardanti lo studio della continuità' e/o discontinuità' di una funzione reale di variabile reale nell'intorno di un punto del suo campo di esistenza; esercizi riguardanti il calcolo di derivate di funzioni razionali, di funzioni composte, etc... Esercizi riguardanti la determinazione e la classificazione di punti di non derivabilità' di una funzione reale di variabile reale. Studio del grafico di una funzione reale di variabile reale. Esercizi riguardanti il calcolo di alcuni integrali indefiniti utilizzando il metodo di sostituzione, il metodo di integrazione per parti. Integrazione delle funzioni razionali. Esercizi di riepilogo per preparazione prova in itinere.

**MODULO  
MODULO ANALISI MATEMATICA 2**

*Prof.ssa DONATELLA BONGIORNO*

**TESTI CONSIGLIATI**

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa " Analisi Matematica 2", ZANICHELLI; ISBN 978-88-08-12281-0  
M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli "Analisi matematica" MACGRAW-HILL; ISBN 978-88-386-6281-2  
P. Marcellini; C. Sbordone - Esercitazione di Analisi Matematica Due. Prima e Seconda parte. - Liguori Editore; ISBN 978-88-08-19145-8  
S. Salsa, A. Squellati, - Esercizi di Matematica 2 - Zanichelli; ISBN 978-88-08-22958-8

<b>TIPO DI ATTIVITA'</b>	A
<b>AMBITO</b>	50292-Matematica, informatica e statistica
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLO STUDIO PERSONALE</b>	96
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLE ATTIVITA' DIDATTICHE ASSISTITE</b>	54

**OBIETTIVI FORMATIVI DEL MODULO**

Gli obiettivi formativi del corso saranno quelli del ragionamento e della deduzione logica, volti a fornire allo studente una preparazione di base per i suoi futuri studi di ingegneria.

**PROGRAMMA**

ORE	Lezioni
4	Integrabilita' in senso improprio. Criteri di convergenza: criterio del confronto
4	Definizione di serie numerica. Esempi: Serie di Mengoli, serie geometrica, serie armonica, serie armonica generalizzata. Somma di una serie. Condizione necessaria ma non sufficiente per la convergenza di una serie. Serie a termini non negativi. Criteri di convergenza: il criterio del confronto, il criterio del confronto asintotico, il criterio della radice ennesima, il criterio del rapporto, il criterio integrale, il criterio di condensazione di Cauchy.
5	Equazioni differenziali del primo ordine. Equazioni differenziali a variabili separabili: teorema di esistenza ed unicita' per il problema di Cauchy. Soluzioni "in grande" ed "in piccolo". Tecnica risolutiva per le equazioni a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari . Soluzione generale di un'equazione lineare non-omogenea. Metodo di variazione della costante arbitraria. Equazioni differenziali lineari di ordine superiore al primo a coefficienti costanti. Polinomio caratteristico. Soluzione generale di un'equazione differenziale lineare omogenea a coefficienti costanti. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti nonomogee. Metodo di somiglianza e metodo di variazione delle costanti arbitrarie. .
5	Derivate parziali. Derivate direzionali. Funzioni derivabili in un punto $(x_0, y_0)$ . Funzioni di classe $C^k$ . Gradiente e differenziale. Approssimazione lineare. Relazione tra differenziabilità, derivate parziali e funzioni di classe $C^1$ . Il gradiente come direzione di massimo accrescimento per una funzione. Massimi e minimi per funzioni da $R^2$ in $R$ . Punti stazionari e teorema di Fermat. Punti di sella. Matrice Hessiana e condizioni necessarie o sufficienti per l'esistenza di un punto di massimo o di minimo relativo.
4	Tecniche per lo studio dei massimi e minimi di una funzione ristretta ad una curva del piano: riduzione del numero delle variabili; parametrizzazione della curva con un parametro $t$ ; metodo dei moltiplicatori di Lagrange
2	Definizione di integrale doppio per $f:A \rightarrow R$ continua, con A dominio regolare del piano. Somme di Riemann. Proprieta' dell'integrale doppio (linearita, additivita, monotonia...) ed interpretazione geometrica. Teorema della media integrale.
4	Formule di riduzione per integrali doppi. Cambiamento di variabili negli integrali doppi. Integrali doppi in coordinate polari.
ORE	Esercitazioni
5	Esercizi riguardanti lo studio della differenziabilita' di una funzione reale di due variabili reali in un punto $(x_0, y_0)$ del suo dominio. Esercizi riguardanti la determinazione di derivate direzionali in un punto $(x_0, y_0)$ del dominio di una data funzione reale di due variabili reali con assegnato versore direzionale. Esercizi riguardanti la determinazione della natura dei punti critici mediante l'utilizzo della matrice hessiana e/o mediante l'uso della definizione stessa di punto di massimo e/o di minimo relativo nei casi dubbi.

21

Esercizi riguardanti la determinazione della soluzione generale di un'equazione differenziale lineare del primo e del secondo ordine. Esercizi riguardanti lo studio dell'unicità della soluzione di un problema di Cauchy per equazioni differenziali a variabili separabili.

Esercizi riguardanti lo studio della differenziabilità di una funzione reale di due variabili reali in un punto  $(x_0, y_0)$  del suo dominio. Esercizi riguardanti la determinazione di derivate direzionali in un punto  $(x_0, y_0)$  del dominio di una data funzione reale di due variabili reali con assegnato vettore direzionale. Esercizi riguardanti la determinazione della natura dei punti critici mediante l'utilizzo della matrice hessiana e/o mediante l'uso della definizione stessa di punto di massimo e/o di minimo relativo nei casi dubbi. Esercizi riguardanti la determinazione dei punti di massimo e di minimo vincolato per una funzione reale di due variabili reali.

Esercizi riguardanti il calcolo di alcuni integrali doppi di funzioni reali di due variabili reali su domini normali del piano con o senza cambiamento di variabili.