



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO

<b>DIPARTIMENTO</b>	Matematica e Informatica		
<b>ANNO ACCADEMICO OFFERTA</b>	2022/2023		
<b>ANNO ACCADEMICO EROGAZIONE</b>	2023/2024		
<b>CORSO DILAUREA</b>	MATEMATICA		
<b>INSEGNAMENTO</b>	SISTEMI DINAMICI CON LABORATORIO		
<b>CODICE INSEGNAMENTO</b>	11081		
<b>MODULI</b>	Si		
<b>NUMERO DI MODULI</b>	2		
<b>SETTORI SCIENTIFICO-DISCIPLINARI</b>	MAT/07		
<b>DOCENTE RESPONSABILE</b>	LOMBARDO MARIA CARMELA	Professore Ordinario	Univ. di PALERMO
<b>ALTRI DOCENTI</b>	GAMBINO GAETANA LOMBARDO MARIA CARMELA	Professore Associato Professore Ordinario	Univ. di PALERMO Univ. di PALERMO
<b>CFU</b>	12		
<b>PROPEDEUTICITA'</b>			
<b>MUTUAZIONI</b>			
<b>ANNO DI CORSO</b>	2		
<b>PERIODO DELLE LEZIONI</b>	Annuale		
<b>MODALITA' DI FREQUENZA</b>	Facoltativa		
<b>TIPO DI VALUTAZIONE</b>	Voto in trentesimi		
<b>ORARIO DI RICEVIMENTO DEGLI STUDENTI</b>	<b>GAMBINO GAETANA</b> Giovedì 11:00 13:00 Ufficio del docente: Stanza n. 216, Secondo Piano, Dipartimento di Matematica e Informatica, Via Archirafi 34  <b>LOMBARDO MARIA CARMELA</b> Martedì 11:30 12:30 Studio del docente, presso il Dipartimento di Matematica e Informatica. Per confermare data, orario e sede del ricevimento e' necessario contattare il docente tramite e- mail.		

DOCENTE: Prof.ssa MARIA CARMELA LOMBARDO

<b>PREREQUISITI</b>	Funzioni di una variabile reale. Funzioni elementari. Limiti, continuità e derivabilità. Sviluppo in serie di Taylor. Concetto di spazio vettoriale. Endomorfismi. Calcolo matriciale. Autovalori e autovettori. Diagonalizzazione.
<b>RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI</b>	<p>Conoscenza e capacità di comprensione: Acquisizione delle conoscenze di base di Sistemi Dinamici quali equilibrio e stabilità per un sistema dinamico, orbite periodiche e cicli limite, dipendenza di un sistema dinamico da un parametro e biforcazioni. Acquisire le metodiche disciplinari e essere in grado di utilizzare descrizioni e modelli matematici di interesse scientifico. Gli studenti conseguono conoscenza e capacità di comprensione con la frequenza delle lezioni, la partecipazione alle esercitazioni in aula e in laboratorio, l'attività di studio individuale.</p> <p>Capacità di applicare conoscenza e comprensione: Gli studenti sono in grado di formalizzare matematicamente problemi di moderata difficoltà e di estrarre informazioni qualitative da dati quantitativi. In particolare acquisiranno le seguenti capacità: capacità dell'analisi della stabilità di un equilibrio di un sistema dinamico mediante la tecnica della linearizzazione e del Teorema di Liapunov, capacità di applicare il criterio di Poincare-Bendixon per l'esistenza di un ciclo limite, capacità di ridurre a forma normale un sistema dinamico nei pressi di una biforcazione e costruirne numericamente il diagramma di biforcazione, capacità di applicare tecniche asintotiche in presenza di piccoli parametri, capacità di simulare numericamente un sistema dinamico finito-dimensionale.</p> <p>Autonomia di giudizio: Capacità di formulare un modello matematico evolutivo e di determinarne i limiti di applicabilità anche confrontando le soluzioni numeriche con i risultati sperimentali. Capacità di estendere i limiti di applicabilità di un modello incrementandone la complessità. Comprendere modelli matematici associati a situazioni concrete derivanti da altre discipline. Fare esperienza di lavoro di gruppo durante le esercitazioni di laboratorio.</p> <p>Abilità comunicative: Possedere strumenti e competenze adeguati per la comunicazione. In particolare: capacità di esporre ad una classe degli ultimi anni della scuola secondaria superiore un elementare problema fisico-matematico o biomatematico, di motivarne il relativo modello matematico e di discutere criticamente le soluzioni analitiche e/o numeriche trovate. Essere in grado di dialogare con esperti di altri settori, riconoscendo la possibilità di formalizzare matematicamente situazioni di interesse applicativo, industriale o finanziario.</p> <p>Capacità d'apprendimento: Capacità di comprendere semplici articoli scientifici (come quelli che compaiono nella Sezione "Education" della rivista "SIAM Review" ) aventi per oggetto modelli fisico-matematici e/o bio-matematici e di seguire l'analisi teorica e numerica di tali modelli. Proseguire gli studi della modellistica matematica e della fisica matematica con un alto grado di autonomia.</p>
<b>VALUTAZIONE DELL'APPRENDIMENTO</b>	La verifica finale mira a valutare se lo studente ha conoscenza e comprensione degli argomenti, se ha acquisito la capacità di applicare tale conoscenza, se ha sviluppato competenza interpretativa e autonomia di giudizio di casi concreti, e valuta infine le abilità comunicative e la proprietà di linguaggio relativamente agli argomenti trattati. E' previsto lo svolgimento di 4 prove di itinere, quale strumento di autovalutazione in itinere: in ciascuna prova verra' richiesta la risoluzione di tre esercizi conformi agli esempi e alle esercitazioni svolte durante il corso. La valutazione di ciascuna prova in itinere verra' espressa in trentesimi. La verifica finale consistera' di una prova scritta, di una prova di laboratorio e di una prova orale. Nella prova scritta verra' richiesta la risoluzione di quattro esercizi relativi a diversi argomenti oggetto del programma e conformi agli esempi e alle esercitazioni svolte durante il corso. La valutazione della prova scritta sara' espressa in trentesimi. In alternativa alla prova scritta, e' facolta' degli studenti sostenere le 4 prove in itinere previste quale esonero dalla prova scritta finale. La media aritmetica dei voti riportati nelle prove in itinere verra' utilizzata come votazione della prova scritta. La prova di laboratorio consistera' nella simulazione di un sistema dinamico conforme agli esempi e alle esercitazioni svolte durante il corso ovvero nella costruzione numerica di un diagramma di biforcazione. La valutazione della prova di laboratorio avvera' in trentesimi. Durante la prova orale lo studente dovra' rispondere correttamente ad un minimo di due/tre domande, poste oralmente, su tutte le parti oggetto del programma e dovra' discutere in maniera critica lo svolgimento degli esercizi proposti nella prova scritta. La valutazione della prova orale avvera' in trentesimi. La valutazione finale verra' espressa in trentesimi e verra' calcolata come media aritmetica dei voti riportati nella prova scritta (o media dei voti delle prove in itinere), nella prova di laboratorio e nella prova orale. Il voto verra' formulato sulla base delle seguenti condizioni: a) non possiede una

	<p>conoscenza accettabile dei contenuti degli argomenti trattati nell'insegnamento (insufficiente); b) minima conoscenza di base degli argomenti principali dell'insegnamento e del linguaggio tecnico, minima capacita' di applicare autonomamente le conoscenze acquisite (18-20); c) non ha piena padronanza degli argomenti principali dell'insegnamento ma ne possiede le conoscenze, soddisfacente proprieta' di linguaggio, modesta capacita' di applicare autonomamente le conoscenze acquisite (21-23); d) conoscenza di base dei principali argomenti, discreta proprieta' di linguaggio, con limitata capacita' di applicare autonomamente le conoscenze alla soluzione dei problemi proposti (24-25); e) buona padronanza degli argomenti, piena proprieta' di linguaggio, lo studente e' in grado di applicare le conoscenze per risolvere i problemi proposti (26-29); f) ottima conoscenza degli argomenti, ottima proprieta' di linguaggio, buona capacita' analitica, lo studente e' in grado di applicare le conoscenze per risolvere i problemi proposti (30-30 e lode).</p>
<b>ORGANIZZAZIONE DELLA DIDATTICA</b>	<p>L'attivita' didattica prevede lezioni frontali ed esercitazioni in aula. Durante le lezioni frontali gli argomenti del corso verranno presentati ed analizzati. Le esercitazioni saranno volte a far acquisire maggiore comprensione e padronanza degli argomenti trattati. In particolare, verranno proposte prove scritte parziali per preparare lo studente alla prova scritta finale prevista per l'esame e il cui esito positivo puo' sostituire la prova finale.</p>

**MODULO  
MAPPE, EQUILIBRI, STABILITÀ**

*Prof.ssa GAETANA GAMBINO*

**TESTI CONSIGLIATI**

Testo di riferimento (Textbook):

Salinelli E., Tomarelli F., Modelli dinamici discreti, Springer, 2014, terza edizione, ISBN 978-88-470-5503-2.

Testi di consultazione (Reference books):

Squassina M., Zuccher S., Introduzione all'analisi qualitativa dei sistemi dinamici discreti e continui, UNITEXT-La Matematica del 3+2, Springer, 2016. ISBN 978-88-470-5790-6.

<b>TIPO DI ATTIVITA'</b>	A
<b>AMBITO</b>	50197-Formazione Matematica di base
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLO STUDIO PERSONALE</b>	94
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLE ATTIVITA' DIDATTICHE ASSISTITE</b>	56

**OBIETTIVI FORMATIVI DEL MODULO**

L'obiettivo primario del corso e' quello di introdurre gli strumenti elementari per l'analisi qualitativa di un sistema dinamico finito-dimensionale e per lo studio delle sue soluzioni nello spazio delle fasi. Tali strumenti sono i seguenti:

- 1) Linearizzazione attorno a un punto di equilibrio ed analisi della sua stabilita' per mappe;
- 2) Linearizzazione attorno a un punto di equilibrio ed analisi della sua stabilita' per sistemi continui;
- 3) Studio del ritratto di fase globale.

Ulteriore obiettivo e' quello di introdurre lo studente alle problematiche tipiche della modellistica matematica mediante la formulazione e l'analisi teorica e numerica di semplici modelli fisico-matematici o bio-matematici.

**PROGRAMMA**

<b>ORE</b>	<b>Lezioni</b>
6	Presentazione del corso. Introduzione alla teoria dei sistemi dinamici, definizione di sistema dinamico discreto e sua soluzione, sistemi lineari e non lineari, spazio delle fasi, orbite, punti di equilibrio, stabilita. Metodo del cobweb.
6	Sistemi dinamici discreti a un passo lineari: spazio delle soluzioni, equilibri e stabilita. Sistemi dinamici discreti lineari a piu' passi: spazio delle soluzioni e loro andamento asintotico.
5	Sistemi dinamici discreti non lineari. Teorema di linearizzazione. Stabilita' globale e 2-cicli. Diagrammi di biforcazione. La mappa logistica.
6	Sistemi dinamici continui: definizione di sistema dinamico continuo e sua soluzione, sistemi lineari e non lineari, spazio delle fasi, orbite, punti di equilibrio, stabilita. Teorema di Cauchy. Dipendenza continua dai dati iniziali. Teorema di Hartmann-Grossmann.
4	Classificazione topologica dei punti singolari: nodi repulsivi, nodi attrattivi, punti sella, centri, spirali. Sistemi dinamici continui lineari: studio dello spazio delle soluzioni e ritratto di fase.
5	Processi evolutivi continui con spazio delle fasi unidimensionale: il modello di Malthus, l'equazione logistica e sua derivazione, la curva di Gomperz, modelli di compensazione e depensazione, depensazione critica, effetto Allee. Modelli di popolazioni con caccia: con termine di caccia costante e con tasso lineare.

<b>ORE</b>	<b>Esercitazioni</b>
6	Studio qualitativo e calcolo della soluzione numerica di alcuni modelli dinamici discreti lineari di interesse in matematica applicata.
6	Studio qualitativo e calcolo della soluzione numerica di alcuni modelli dinamici discreti non lineari di interesse in matematica applicata. Costruzione di un diagramma di biforcazione.
6	Studio qualitativo e calcolo della soluzione numerica di alcuni modelli dinamici continui lineari di interesse in matematica applicata (Oscillatore armonico semplice, smorzato e forzato).
6	Studio qualitativo e calcolo della soluzione numerica di sistemi dinamici continui non lineari unidimensionali.

**MODULO  
BIFORCAZIONI E PERTURBAZIONI SINGOLARI**

*Prof.ssa MARIA CARMELA LOMBARDO*

**TESTI CONSIGLIATI**

Testo di riferimento (Textbook):

S.H. Strogatz, Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering, Westview Press, 2nd Edition (2014), ISBN-10: 0813349109

Testi di consultazione (Reference books):

R. Haberman, Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow (Classics in Applied Mathematics), SIAM, 1998. ISBN-10: 0898714087

J. Hale and H. Kocak, Dynamics and Bifurcations, Springer-Verlag, 1996. ISBN-10: 0387971416

F. Brauer, C. Castillo Chavez, Mathematical models in Population Biology and Epidemiology, Springer, 2010. ISBN-10: 1441931821

K. Chen, P. Ghiblin, A. Irving Mathematical explorations with MATLAB, Cambridge University Press, 2008. ISBN-10: 0521639204

<b>TIPO DI ATTIVITA'</b>	B
<b>AMBITO</b>	50195-Formazione Modellistico-Applicativa
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLO STUDIO PERSONALE</b>	94
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLE ATTIVITA' DIDATTICHE ASSISTITE</b>	56

**OBIETTIVI FORMATIVI DEL MODULO**

L'obiettivo primario del modulo e' quello di introdurre gli strumenti elementari per l'analisi qualitativa di un sistema dinamico finito-dimensionale in sistemi dinamici piani e in  $R^n$  anche in presenza di parametri. Tali strumenti sono i seguenti:

- 1) Costruzione e analisi del diagramma di biforcazione in presenza di dipendenza parametrica;
- 2) Teorema di Poincare-Bendixon;
- 3) Analisi asintotica di un sistema dinamico in presenza di un piccolo parametro.

Ulteriore obiettivo e' quello di approfondire le tematiche affrontate nel primo modulo mediante la formulazione e l'analisi teorica e numerica di modelli di interesse fisico-matematico e bio-matematico.

**PROGRAMMA**

<b>ORE</b>	<b>Lezioni</b>
6	Teoria delle biforcazioni: Modelli di popolazioni con isteresi: la larva del pino. Attrattori di un sistema dinamico. Biforcazione per sistemi dinamici 1D dipendenti da un parametro: biforcazione sella-nodo, biforcazione transcritica, biforcazione pitchfork. Biforcazioni imperfette e cenni di teoria delle catastrofi.
4	Studio delle biforcazioni di un sistema dinamico bidimensionale in presenza di un autovalore nullo. Varieta' centrale e teorema della varieta' centrale.
6	Processi evolutivi continui con spazio delle fasi multidimensionale: Modelli di popolazioni interagenti: competizione, simbiosi, predazione. Modelli predatore-preda. Il ritratto di fase globale dei modelli di Lotka-Volterra. Insiemi omega-limite e alfa-limite. Cicli limite. Condizioni per la non-esistenza di orbite chiuse: teorema di Dulac. Teorema di Liapunov.
6	Sistemi gradiente. Stabilita' dei cicli limite. Il teorema di Poincare-Bendixon. Sistemi conservativi. Sistemi Hamiltoniani.
6	Elementi di analisi asintotica. Definizioni di espansione asintotica ed esempi. Perturbazione asintotica regolare. Perturbazione asintotica singolare. Strato limite iniziale. Il metodo delle scale multiple. Stima dell'errore. Cinetica degli enzimi. La legge dell'azione di massa. Reazioni enzimatiche. Il modello di Michaelis-Menten. L'ipotesi degli stati pseudo-stazionari. Analisi asintotica del modello.
4	Sistemi oscillanti del tipo slow-fast: Sistemi dinamici con due diversi tempi scala. Studio qualitativo nel piano delle fasi del flusso. Condizioni per l'esistenza del ciclo limite. L'oscillatore di Van Der Pol: determinazione del periodo di oscillazione.

<b>ORE</b>	<b>Esercitazioni</b>
2	Investigazione numerica di fenomeni di isteresi in sistemi dinamici unidimensionali dipendenti da un parametro.
6	Diagrammi di biforcazione numerici di sistemi dinamici dipendenti da parametri
6	Studio qualitativo e calcolo della soluzione numerica di sistemi dinamici continui non lineari multidimensionali. Analisi qualitativa e numerica di sistemi che esibiscono cicli limite.
3	Analisi qualitativa di sistemi gradiente e Hamiltoniani.
4	Analisi qualitativa e numerica di sistemi con cinetica di tipo Michaelis-Menten. Analisi qualitativa di sistemi con piccoli parametri.
3	Analisi qualitativa di sistemi slow-fast e determinazione del periodo di oscillazione.